

MATEMATIKA

Racionalne i
iracionalne
funkcije

Racionalne i iracionalne funkcije

Knjiga „*Matematika za IT*”

- Poglavlje „Racionalne funkcije”, str. 26. – 34.
- Poglavlje „Iracionalne funkcije”, str. 35. – 40.

Racionalne funkcije

Neka su $p(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_1 \cdot x + a_0$ i

$$q(x) = b_m \cdot x^m + b_{m-1} \cdot x^{m-1} + \dots + b \cdot x + b_0$$

dva zadana polinoma. Tada se njihov kvocijent

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)} = \frac{a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_1 \cdot x + a_0}{b_m \cdot x^m + b_{m-1} \cdot x^{m-1} + \dots + b \cdot x + b_0}$$

naziva **racionalnom funkcijom**.

Ako je stupanj polinoma $p(x)$ manji od stupnja polinoma $q(x)$, odnosno $n < m$ tada kažemo da je funkcija $f(x)$ **prava racionalna funkcija**.

Racionalne funkcije

Koje od navedenih funkcija su racionalne funkcije?

Koje od njih su prave?

a) $f(x) = \frac{3x^2 + 6x + 1}{2 - x}$ racionalna funkcija (nije prava)

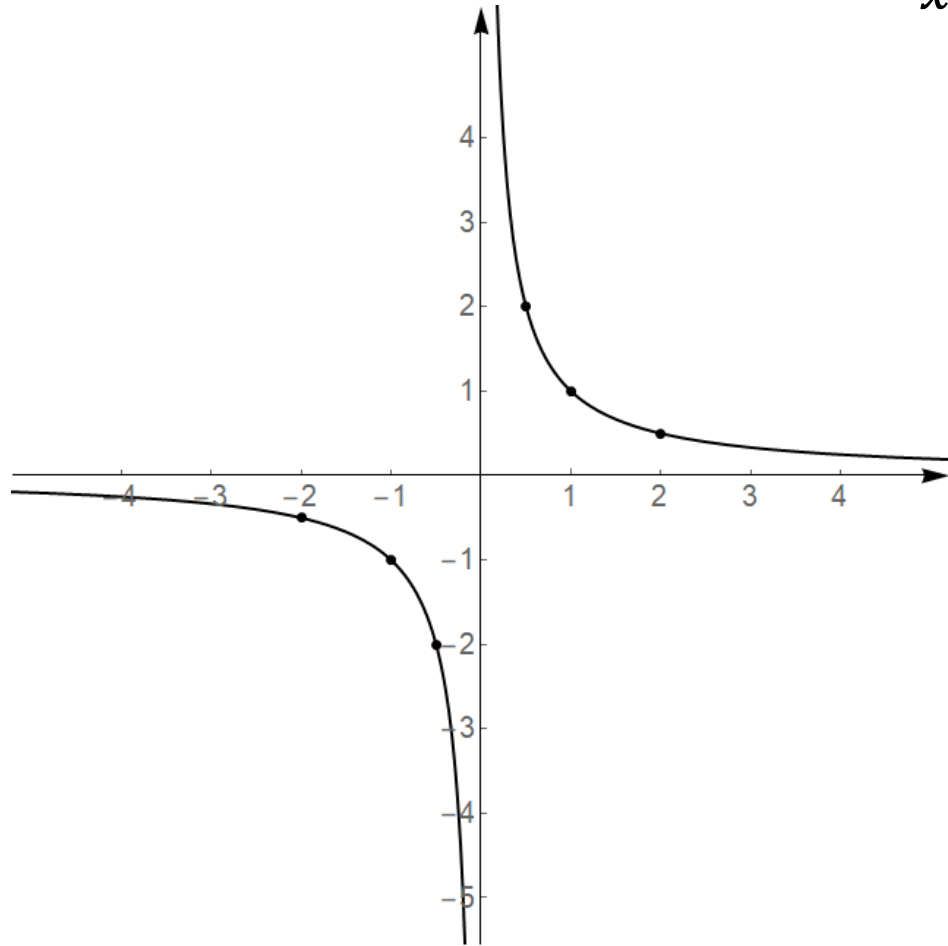
b) $p(x) = x \cdot \sqrt{2} + 4$ racionalna funkcija (nije prava)

c) $g(x) = \frac{x^4}{x - 2x^6}$ prava racionalna funkcija

d) $q(x) = \frac{x^4 + x^3 - 2x}{x^2 - x - \sqrt{x}}$ nije racionalna funkcija

Racionalne funkcije

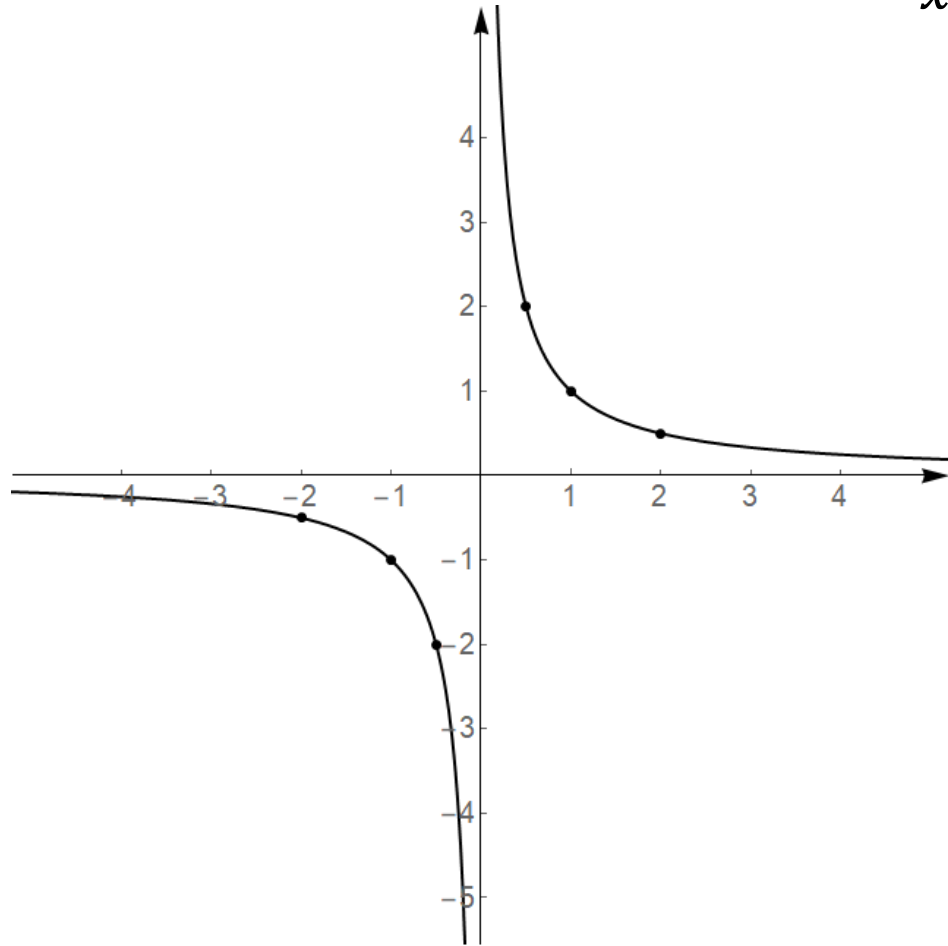
Prikažite grafički funkciju $f(x) = \frac{1}{x}$.



x	$f(x)$
1	1
2	0.5
10	0.1
0.5	2
0.1	10
0	nema rješenja, ∞
-1	-1
-2	-0.5
-10	-0.1

Racionalne funkcije

Prikažite grafički funkciju $f(x) = \frac{1}{x}$.



Područje definicije funkcije:

$$x \neq 0$$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Nultočke: nema nultočke

Asimptote:

- vertikalna asimptota, $x = 0$
- horizontalna asimptota, $y = 0$

Racionalne funkcije

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)} = \frac{a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_1 \cdot x + a_0}{b_m \cdot x^m + b_{m-1} \cdot x^{m-1} + \dots + b \cdot x + b_0}$$

Kada je funkcija definirana? $q(x) \neq 0$

Za $q(x) = 0$ imamo prekid domene.

Svaki prekid domene je kandidat za vertikalnu asimptotu.

Kako se određuju nul-točke funkcije? $p(x) = 0$

Racionalne funkcije

Prikažite grafički funkciju $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$

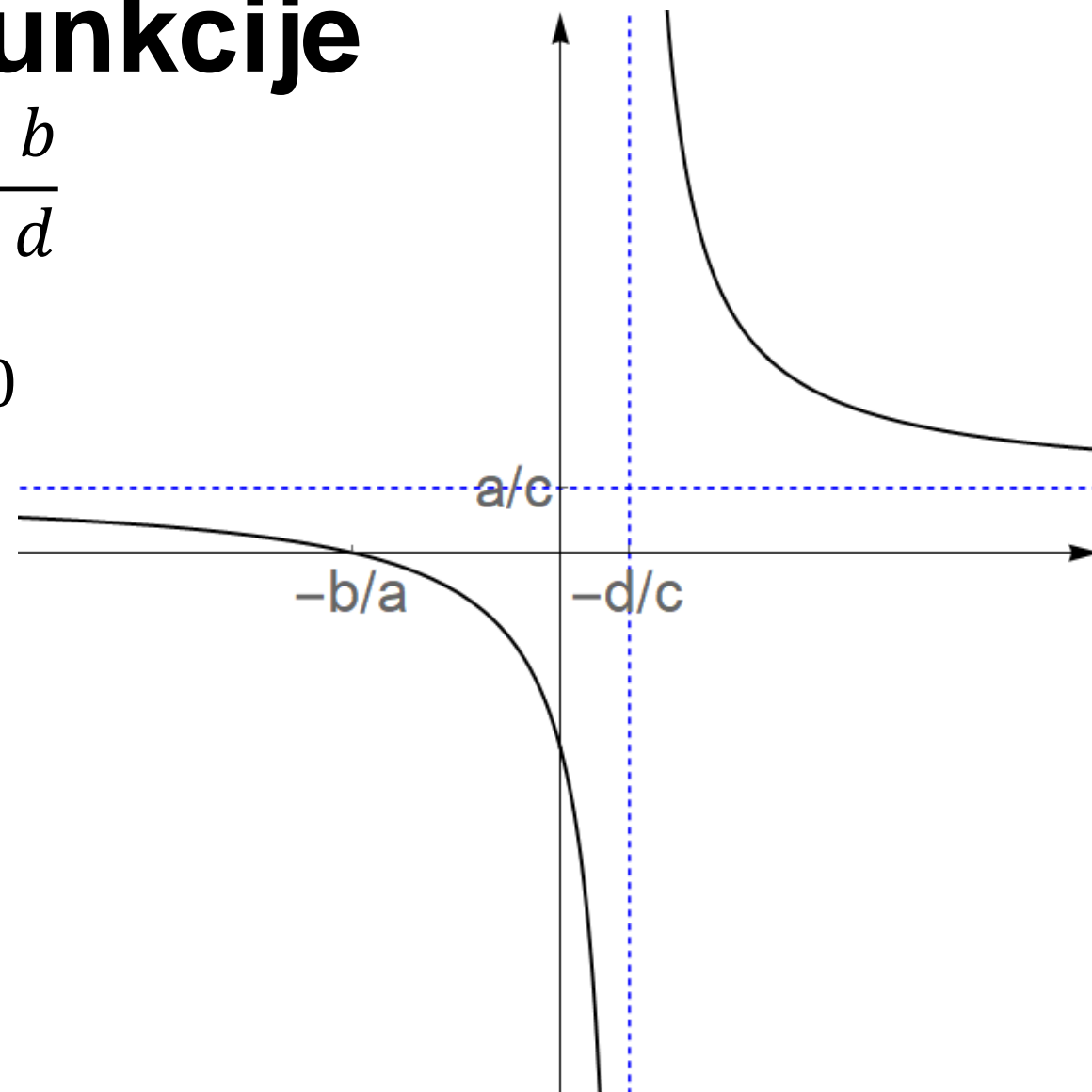
Područje definicije funkcije: $cx + d \neq 0$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$$

Nultočka: $ax + b = 0, \quad x = -\frac{b}{a}$

Asimptote:

- vertikalna asimptota, $x = -\frac{d}{c}$
- horizontalna asimptota, $y = \frac{a}{c}$



Racionalne funkcije

Prikažite grafički funkciju: $f(x) = \frac{1}{x^2}$

Područje definicije funkcije:

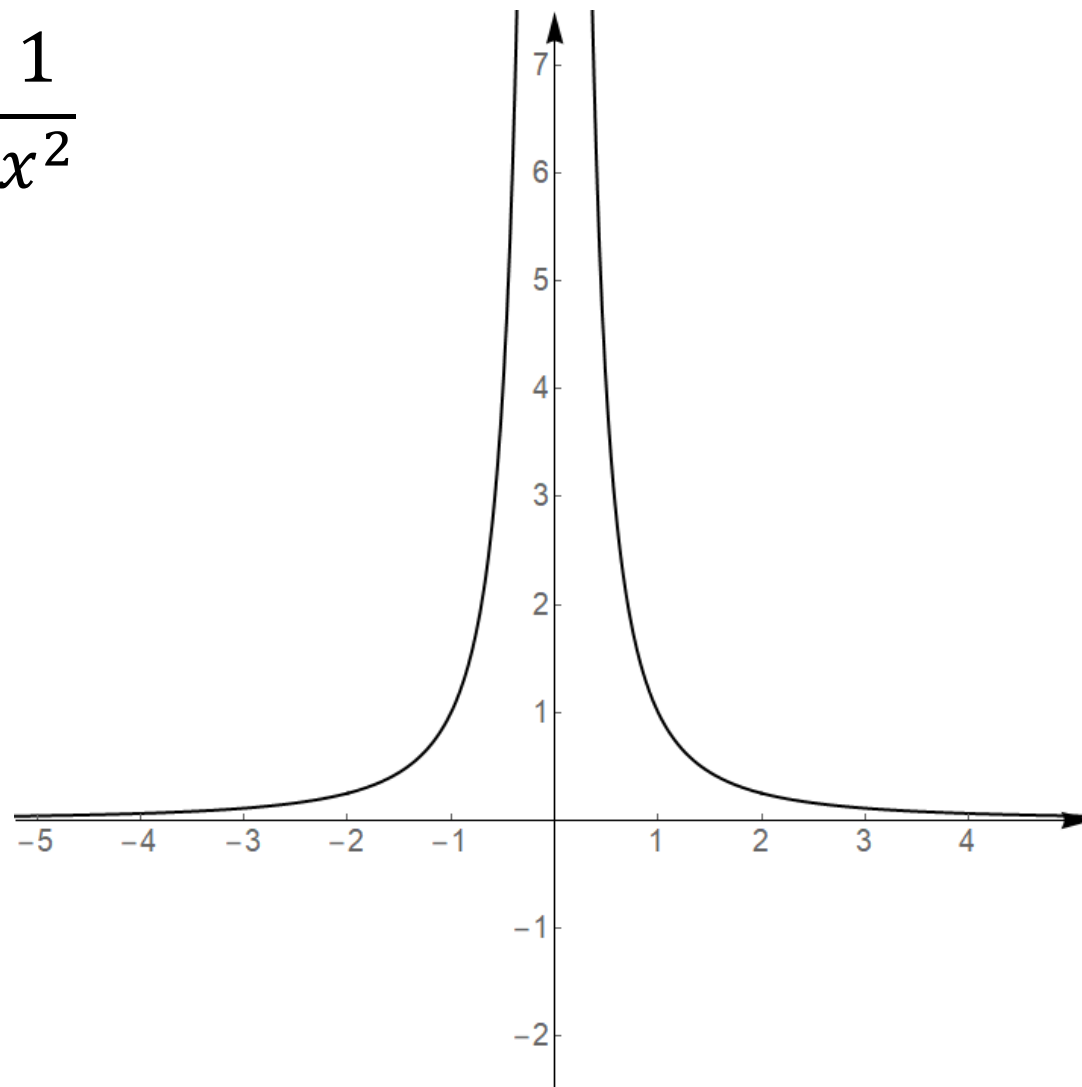
$$x^2 \neq 0$$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Nultočke: nema nultočke

Asimptote:

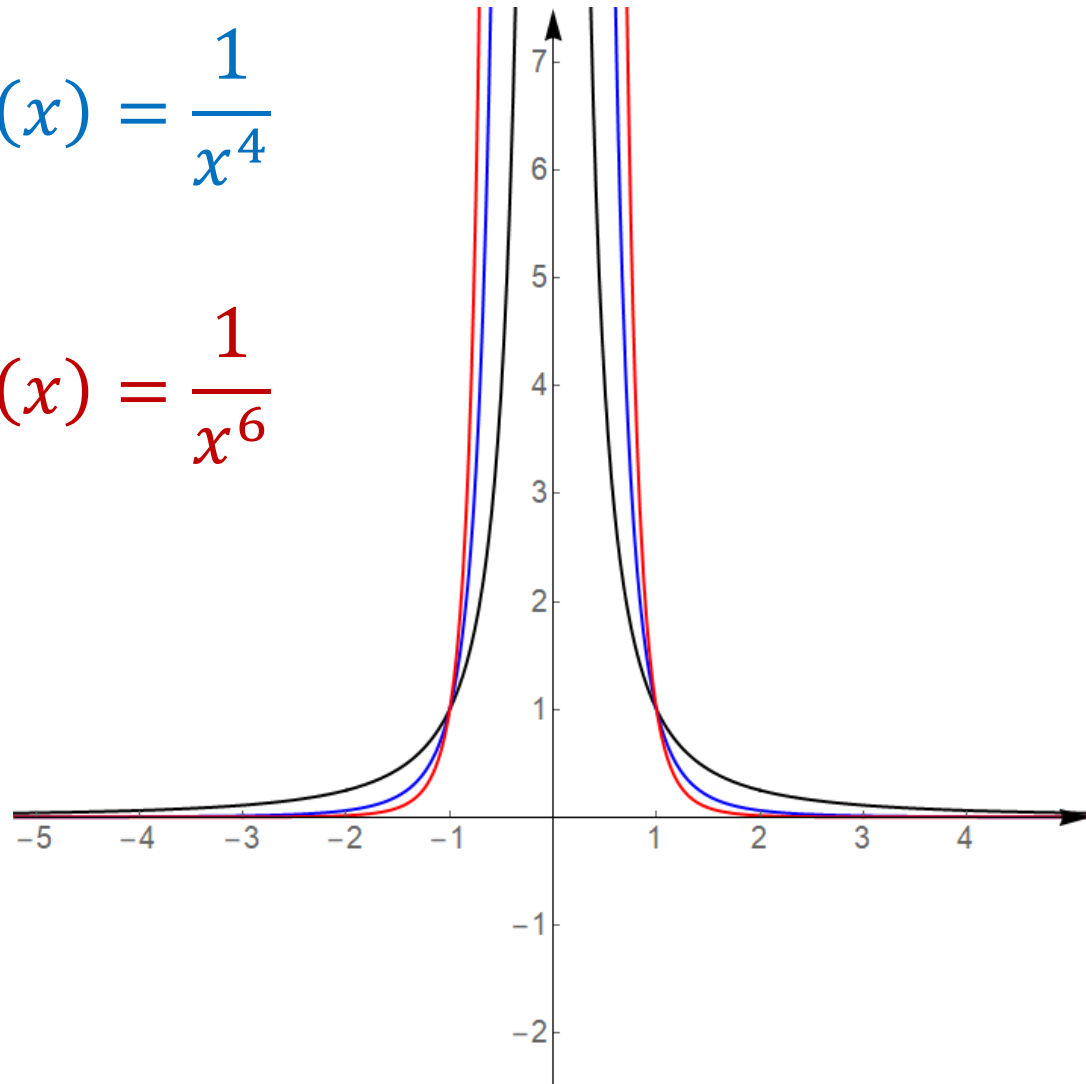
- vertikalna asimptota, $x = 0$
- horizontalna asimptota, $y = 0$



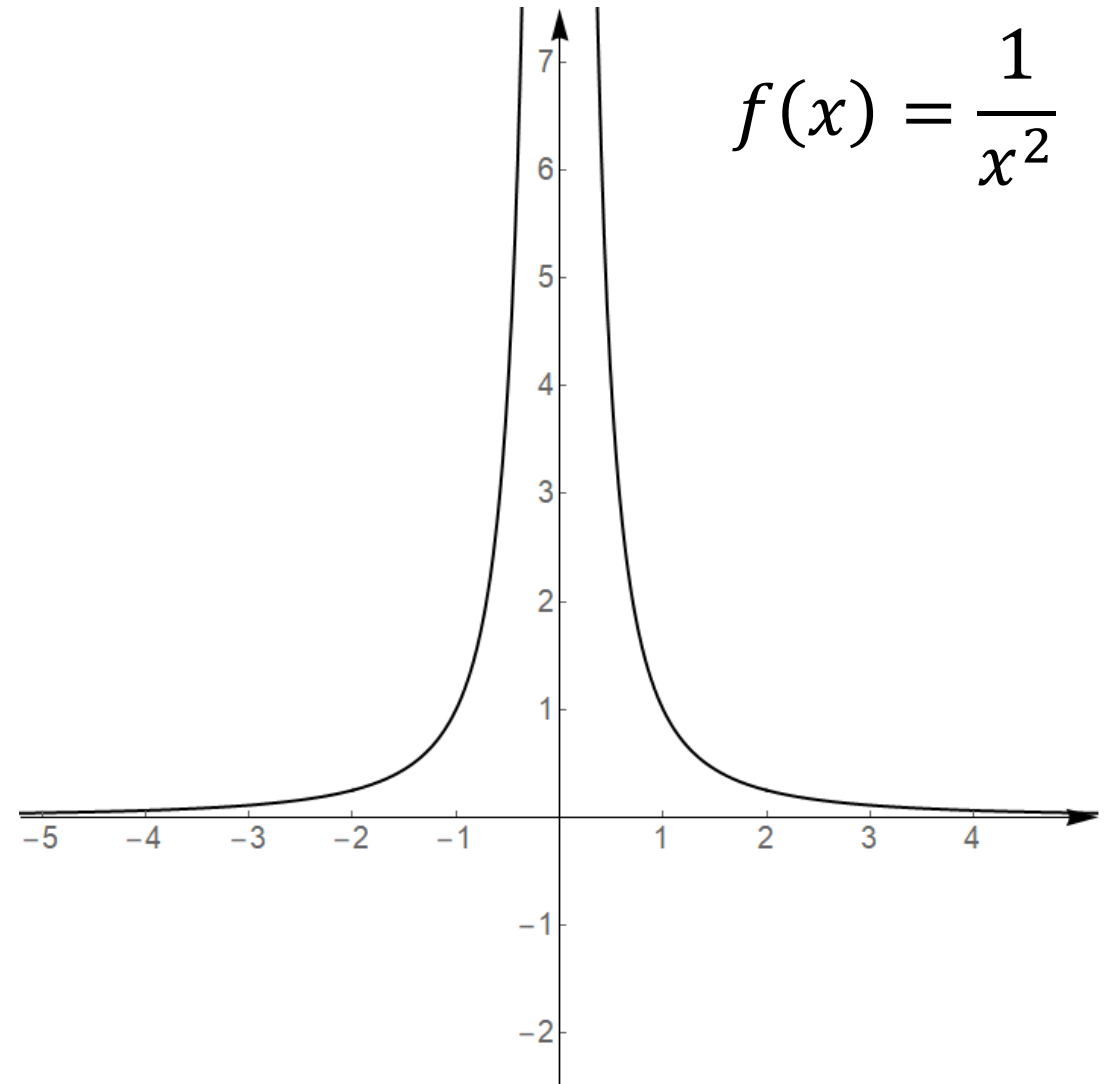
Racionalne funkcije

$$f(x) = \frac{1}{x^4}$$

$$f(x) = \frac{1}{x^6}$$



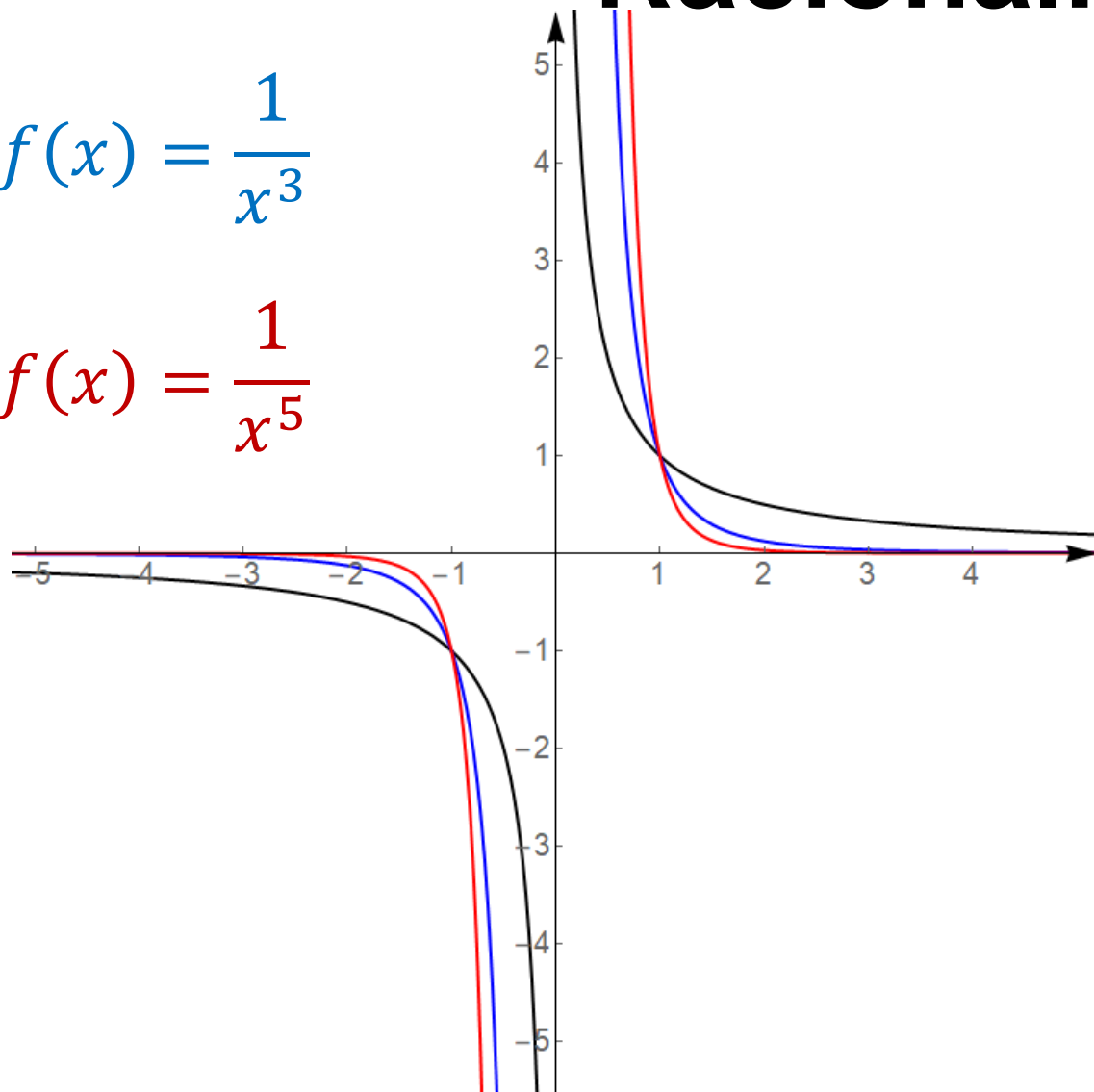
$$f(x) = \frac{1}{x^2}$$



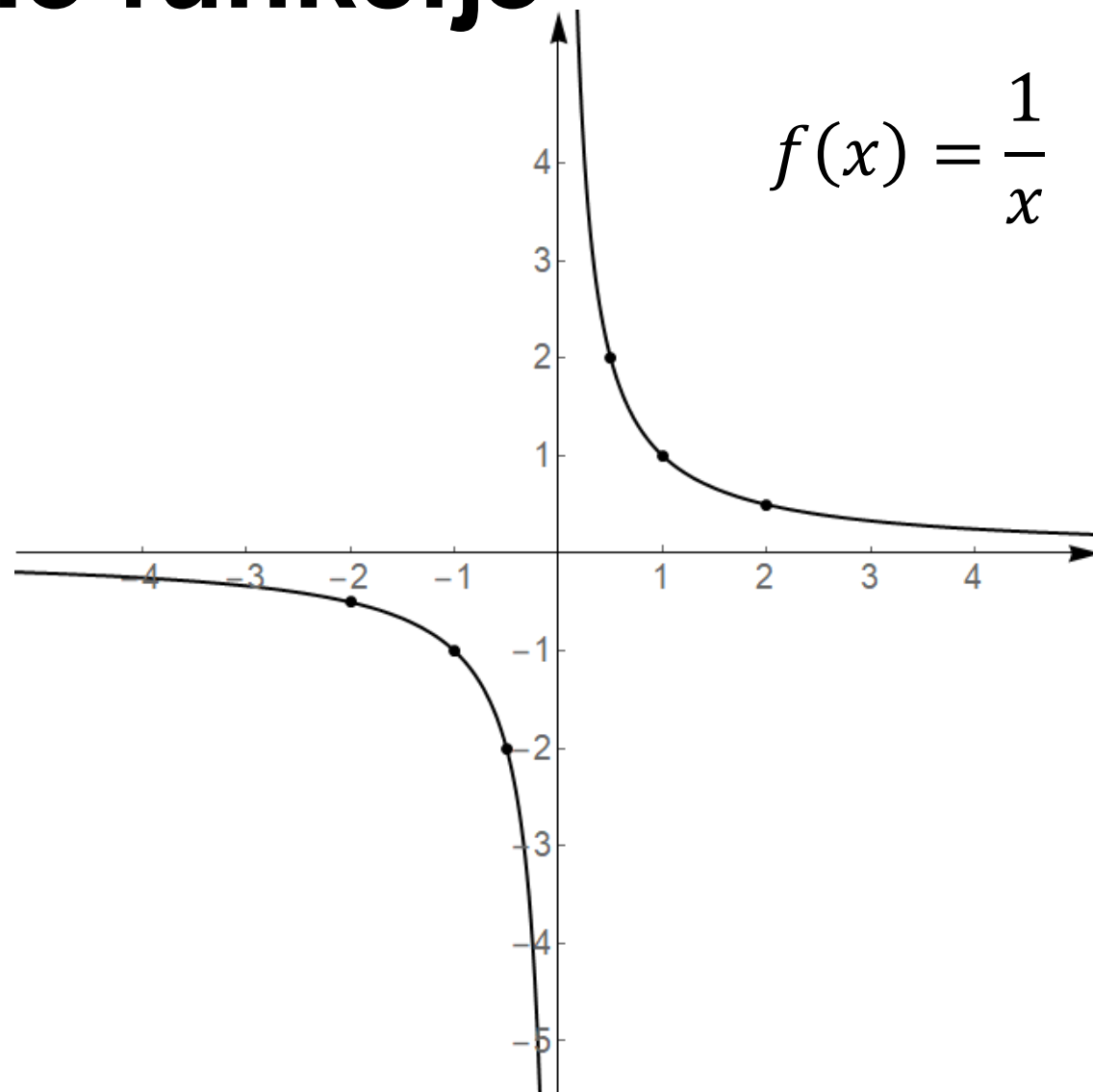
Racionalne funkcije

$$f(x) = \frac{1}{x^3}$$

$$f(x) = \frac{1}{x^5}$$



$$f(x) = \frac{1}{x}$$



Racionalne funkcije

Geogebra:

<https://www.geogebra.org/m/X5emgvb4>

<https://www.geogebra.org/m/BvraYrsu>

Toni Milun video materijali:

<https://www.youtube.com/watch?v=vvv-ZGEQ0yw>

Iracionalne funkcije

Funkcija kod koje se nezavisna varijabla x nalazi pod korijenom naziva se iracionalna funkcija.

Proučavat ćemo funkcije oblika

$$f(x) = \sqrt[n]{g(x)}$$

gdje $g(x)$ predstavlja racionalnu funkciju.

Iracionalni broj

Koristimo li predmete u kojima se pojavljuju iracionalni brojevi?

Papir A4 formata

A4 je takav format da je omjer duljina dulje prema kraćoj stranici uvijek konstantan, bez obzira koliko puta presavijamo papir. Odredite omjer duljina stranica papira formata A4.

Rješenje: omjer duljina stranica iznosi $\sqrt{2}$.

Iracionalne funkcije

Koje od navedenih funkcija su iracionalne funkcije?

a) $f(x) = \frac{\sqrt{2}x + 1}{\sqrt{3} - x}$ nije iracionalna funkcija

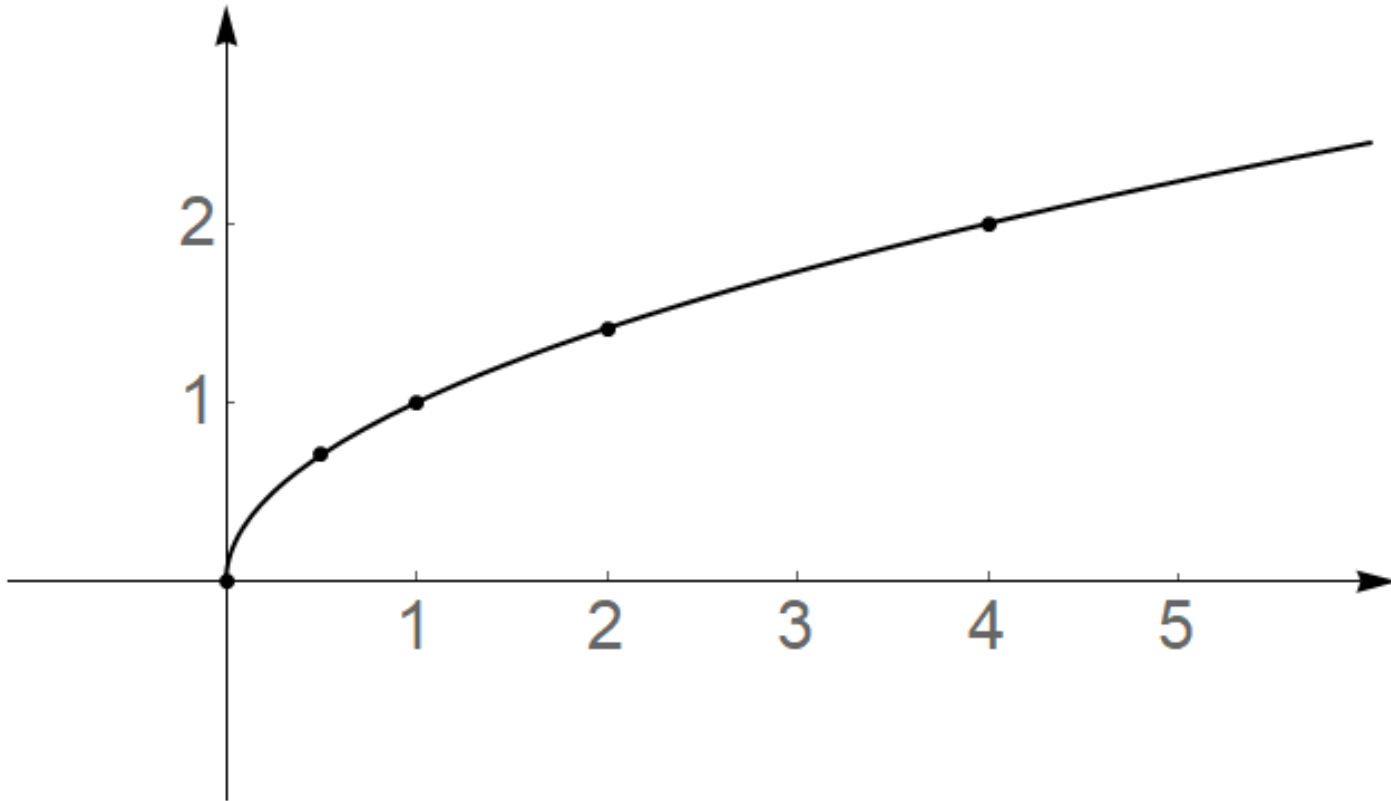
b) $p(x) = 2\sqrt{x}$ iracionalna funkcija

c) $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2 + 1}}$ iracionalna funkcija

d) $q(x) = \sqrt[5]{\frac{1}{3} - 2x} + \frac{4}{2^x}$ nije iracionalna funkcija

Iracionalne funkcije

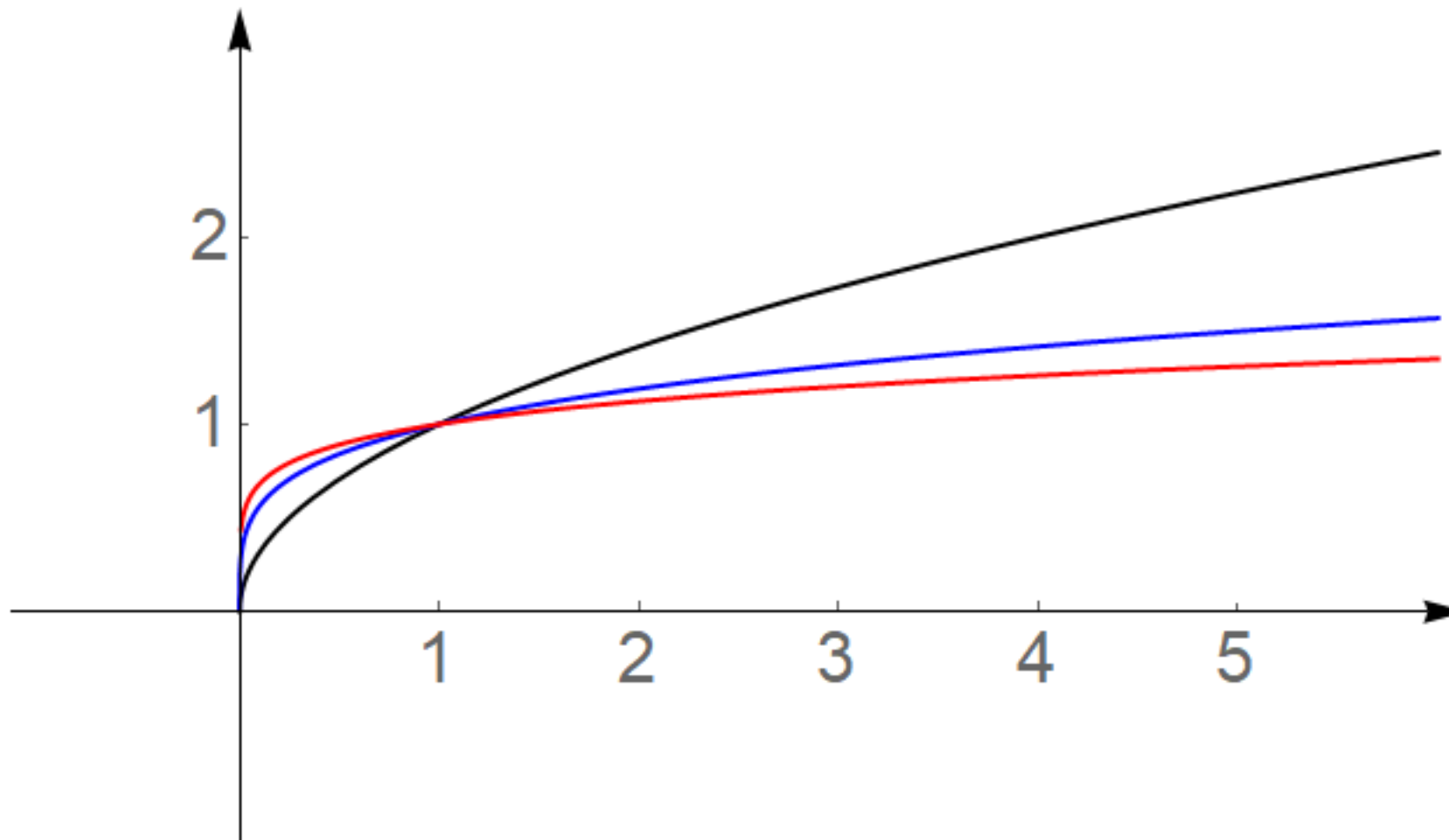
Prikažite grafički funkciju $f(x) = \sqrt{x}$.



x	$f(x)$
0	0
1	1
2	1.41...
4	2
0.5	0.70...
-1	nema rješenja
-2	nema rješenja
-4	nema rješenja
-0.5	nema rješenja

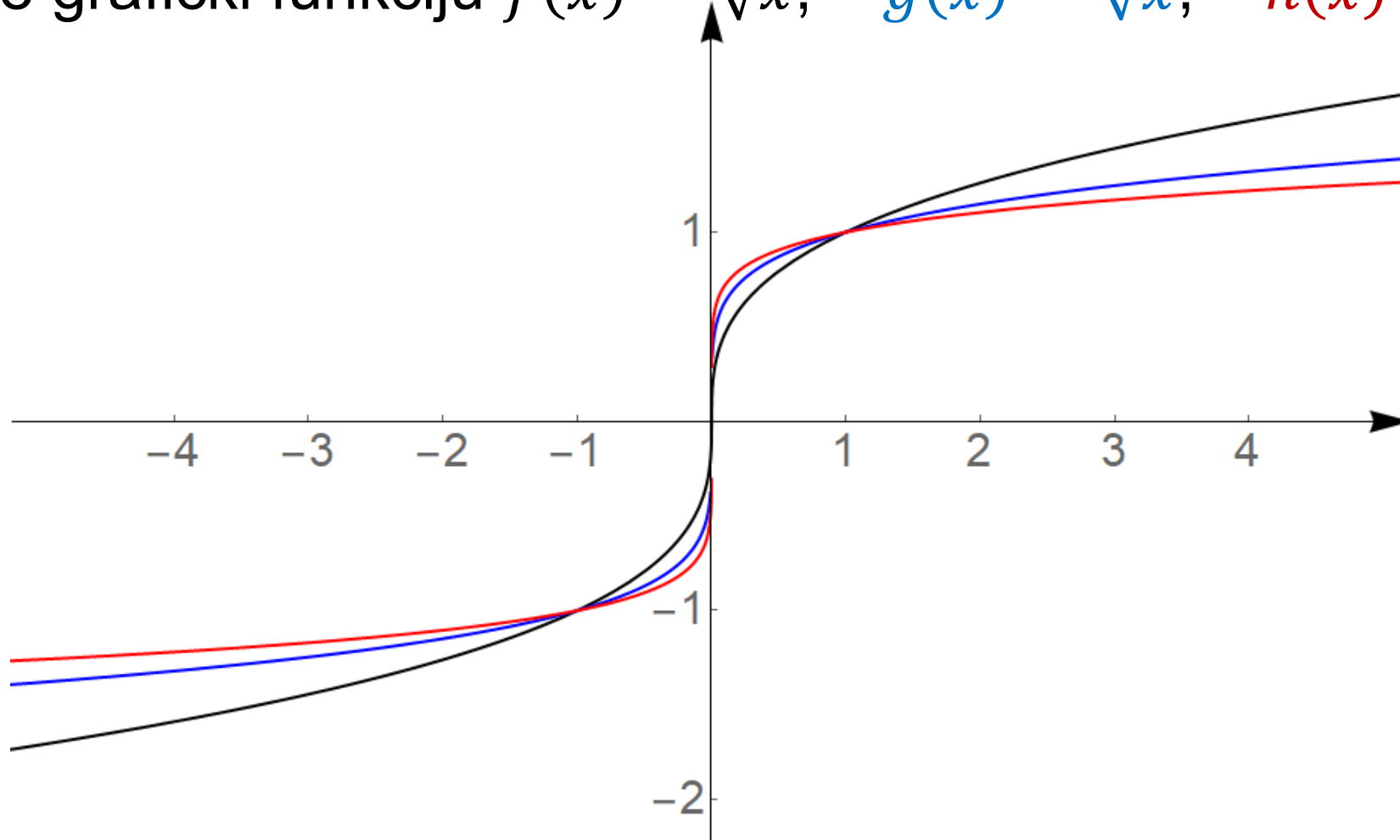
Iracionalne funkcije

Prikažite grafički funkciju $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \sqrt[4]{x}$, $h(x) = \sqrt[6]{x}$.



Iracionalne funkcije

Prikažite grafički funkciju $f(x) = \sqrt[3]{x}$, $g(x) = \sqrt[5]{x}$, $h(x) = \sqrt[7]{x}$.



Iracionalne funkcije

Kada je iracionalna funkcija oblika

$$f(x) = \sqrt[2k]{g(x)}$$

tada je uvjet na domenu (koji postavljamo zbog iracionalne funkcije) $g(x) \geq 0$.

Kada je iracionalna funkcija oblika

$$f(x) = \sqrt[2k+1]{g(x)}$$

tada zbog iracionalne funkcije ne moramo postavljati uvjete na domenu.

Iracionalne funkcije

Prikažite grafički funkciju $f(x) = \sqrt{2x - 1}$.

Odredite joj nultočke i domenu, te par istaknutih točaka.

Domena: $2x - 1 \geq 0$

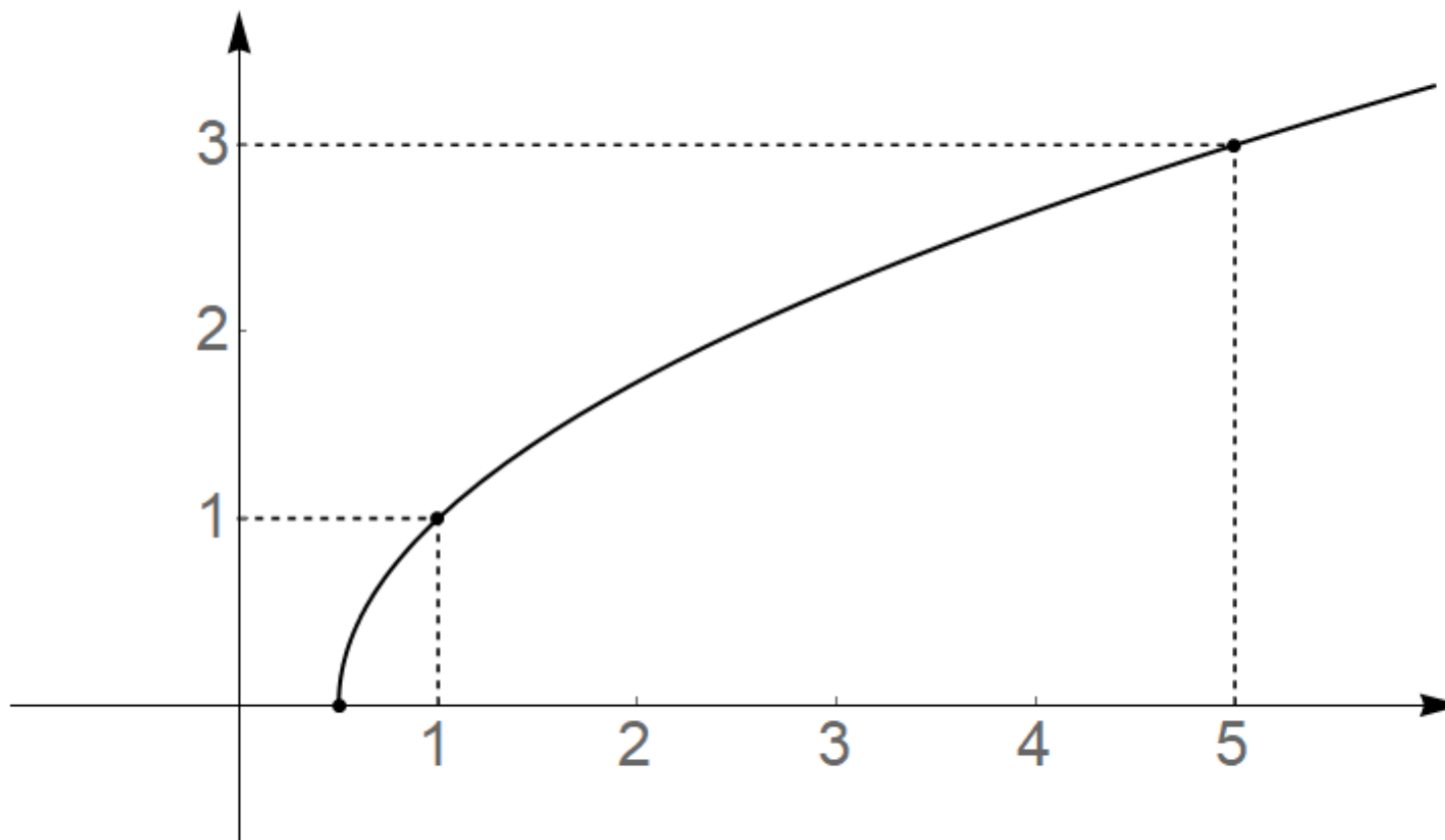
$D_f = [0.5, \infty)$

Nultočke: $\sqrt{2x - 1} = 0$

$x = 0.5$

$f(1) = 1$

$f(5) = 3$



Iracionalne funkcije

Prikažite grafički funkciju $f(x) = \sqrt{6 - 3x}$.

Odredite joj nultočke i domenu, te par istaknutih točaka.

Domena: $6 - 3x \geq 0$

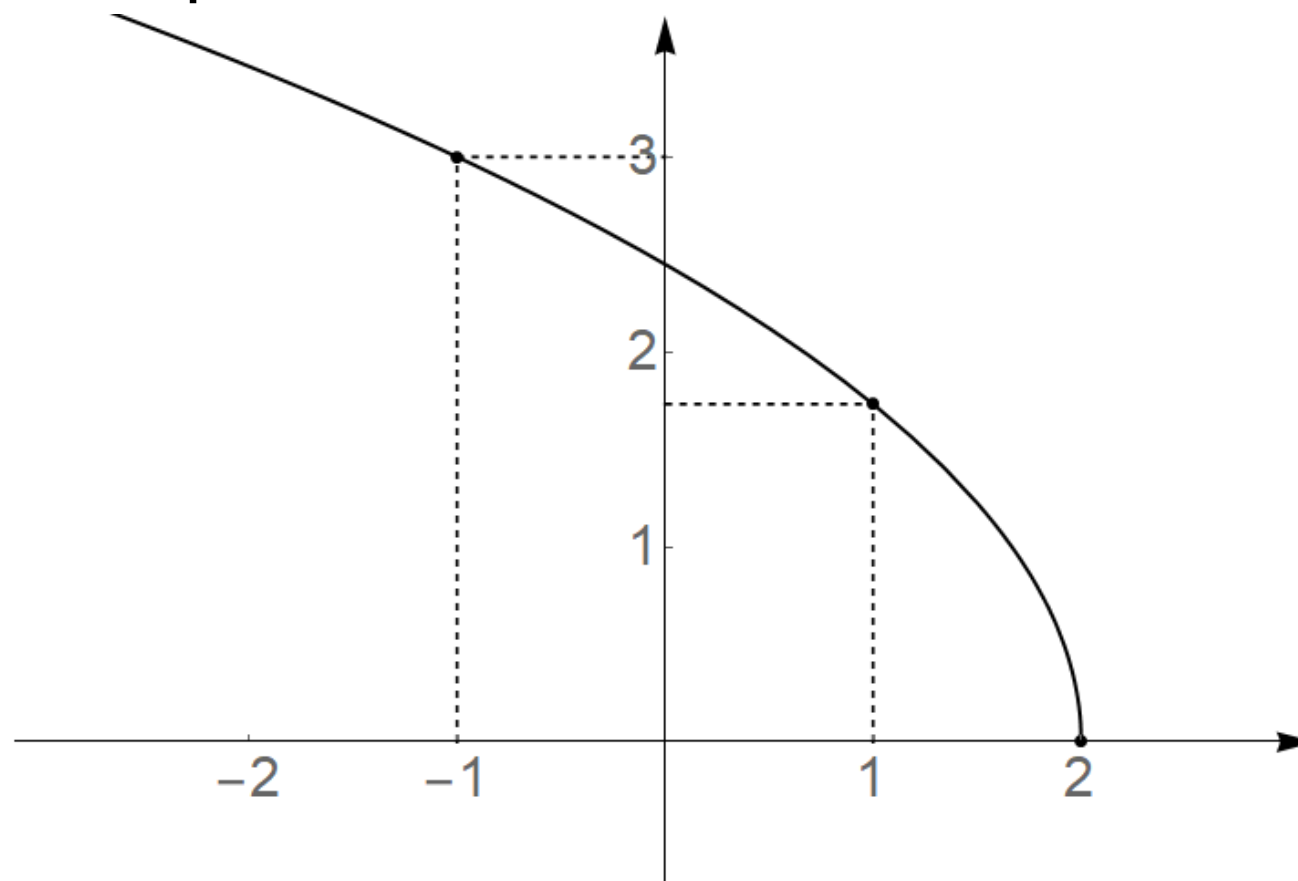
$$D_f = \langle -\infty, 2 \rangle]$$

Nultočke: $\sqrt{6 - 3x} = 0$

$$x = 2$$

$$f(1) = \sqrt{3} = 1.73 \dots$$

$$f(-1) = 3$$



Hvala 😊