

Vjerojatnost i statistika

VJEŽBE – dio 2
(još uvijek ISHOD 1)



2. VJEROJATNOST

Događaji

ω – elementarni događaj (bilo koji ishod slučajnog pokusa)

Ω – sigurni događaj (skup svih elementarnih događaja)

A, B, C, \dots – događaji (podskupovi od Ω , sastoje se od elementarnih događaja)

\emptyset – nemoguć događaj

Operacije na događajima

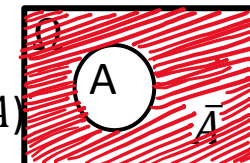
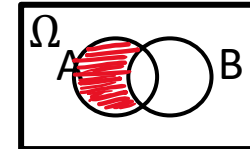
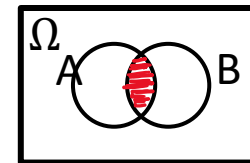
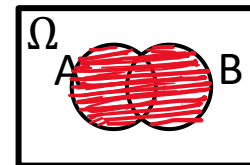
$A \cup B = \{\text{ostvario se barem jedan od događaja } A \text{ i } B\}$

$A \cap B = \{\text{ostvarila su se oba događaja } A \text{ i } B\}$

$A \setminus B = \{\text{ostvario se događaj } A, \text{ a nije se ostvario } B\}$

Vrijedi $A \setminus B = A \cap \bar{B}$.

$\bar{A} = \{\text{nije se ostvario događaj } A\}$ (suprotan/komplement od A)



1. Bacamo jednu kocku. Odredite elementarne događaje u događajima:
 - a) A - {pao je prost broj},
 - b) B - {pao je broj djeljiv s 3},
 - c) C - {pao je broj koji je djelitelj broja 10}.

2. Proizvodi koji silaze s proizvodne trake označavaju se slovom D-dobri i L-loši. Označavanje traje dok se ne označe 2 loša proizvoda uzastopno ili dok se ne izvrše ukupno 4 oznake. Registrira se dobiveni niz slova D i L. Odredite prostor elementarnih događaja i prikažite pomoću njih događaje
 - a) A - {označeno je više D nego L},
 - b) B - {označavanje je stalo u prva tri koraka}.

3. Bacamo dva novčića. Odredite elementarne događaje u događajima:
 - a) A - {glava na prvom novčiću}, B - {pismo na prvom novčiću},
 - b) C - {barem jedna glava}, D - {barem jedno pismo},
 - c) $B \cup D, B \cap D,$
 - d) $A \cup B, A \cap B,$
 - e) $C \cup D, C \cap D.$

4. Bacamo dvije kocke. Odredite elementarne događaje u događajima:
- a) A - {zbroy brojeva na kockama je neparan},
 - b) B - {barem jedna kocka je pala na 1},
 - c) C - {zbroy brojeva na kockama je 5},
 - d) $B \cap C$,
 - e) $A \cap B$,
 - f) $\bar{A} \cap B$
5. Dva strijelca S_1 i S_2 gađaju u jednu metu, svaki sa po jednim metkom. Neka su događaji $A_i = \{\text{metu je pogodio strijelac } S_i\}$, $i = 1, 2$.
- a) Odredite prostor elementarnih događaja.
 - b) Pomoću A_i prikažite A - {meta je pogođena točno jednom}.
 - c) Pomoću A_i prikažite B - {meta nije pogođena}.
 - d) Kakav je događaj C - {meta je pogođena sa 3 metka}?
 - e) Što znači događaj $D - (\bar{A}_1 \cap A_2) \cup (A_1 \cap \bar{A}_2) \cup (A_1 \cap A_2)$?
6. Neka su A , B i C događaji. Koristeći se operacijama s događajima, napišite izraze za sljedeće događaje:
- a) Ostvarila su se sva tri događaja,
 - b) Ostvarila su se točno dva događaja,
 - c) Ostvarila su se barem dva događaja,
 - d) Nije se ostvario nijedan događaj.

Vjerojatnost

Vjerojatnost je funkcija koja svakom događaju pridružuje realan broj te ima određena svojstva.

Naime, vjerojatnost je preslikavanje $P : \mathcal{F} \mapsto [0, 1]$ definirano na algebri događaja \mathcal{F} , za koje vrijedi:

1) $P(\Omega) = 1, P(\emptyset) = 0,$ (normiranost)

2) ako $A \subset B$, tada $P(A) \leq P(B),$ (monotonost)

3) Ako su A i B disjunktne događaji (tj. ako nemaju zajedničkih elemenata), tada vrijedi

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B). \quad (\text{aditivnost})$$

Broj $P(A)$ zovemo vjerojatnošću događaja A .

Svojstva: $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ vjerojatnost komplementa

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ vjerojatnost unije

7. Ako su A i B događaji, $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.4$, $P(A \cup B) = 0.8$, izračunajte vjerojatnosti $P(\bar{A})$, $P(\bar{B})$, $P(A \cap B)$, $P(\bar{A} \cap B)$, $P(A \cap \bar{B})$.
8. Ako su A i B događaji, $P(A \cup B) = 0.8$, $P(A \cap B) = 0.2$, $P(\bar{A}) = 0.6$, izračunajte vjerojatnosti $P(A)$, $P(B)$, $P(A \setminus B)$, $P(\bar{A} \cup \bar{B})$.

Vjerojatnosni prostor koji se sastoji od konačno mnogo elementarnih događaja zovemo **konačnim vjerojatnosnim prostorom**. Ako je $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$, vjerojatnosti elementarnih događaja označavamo s

$$p_1 = P(\{\omega_1\}), \quad p_2 = P(\{\omega_2\}), \dots, \quad p_n = P(\{\omega_n\})$$

i za njih vrijedi

$$p_1 > 0, \quad p_2 > 0, \dots, \quad p_n > 0$$

te

$$p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1.$$

Vjerojatnost nekog događaja A dobijemo kao zbroj vjerojatnosti elementarnih događaja iz A.

Primjerice, ako je $A = \{\omega_1, \omega_2, \omega_4\}$, tada je $P(A) = p_1 + p_2 + p_4$.

9. Neka je $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$ i $p_i = P(\{\omega_i\})$, $i = 1, 2, 3, 4$. Je li preslikavanje $P: \mathcal{P}(\Omega) \rightarrow [0, 1]$ vjerojatnost ako je:
- a) $p_1 = 0.25, p_2 = 0.25, p_3 = 0.25, p_4 = 0.2$,
 - b) $p_1 = 0.3, p_2 = 0.4, p_3 = 0.5, p_4 = -0.2$,
 - c) $p_1 = 0.25, p_2 = 0.25, p_3 = 0.25, p_4 = 0.25$?
10. Neka je $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$. Ako je $P(\{\omega_1, \omega_2\}) = 0.7, P(\{\omega_2, \omega_3\}) = 0.6$, odredite vjerojatnosti događaja $\{\omega_1\}, \{\omega_2\}, \{\omega_3\}$.
9. Izračunajte vjerojatnosti događaja A i B iz zadatka 2. ako loši proizvodi silaze s proizvodne trake s dvostruko manjom vjerojatnošću nego dobri.

Klasični vjerojatnosni prostor

Klasični vjerojatnosni prostor je konačni vjerojatnosni prostor u kojem je **svaki ishod (elementarni događaj) jednako vjerojatan**.

Tada vjerojatnost događaja A računamo po formuli:

$$P(A) = \frac{\text{broj POVOLJNIH ishoda (iz } A)}{\text{broj MOGUĆIH ishoda (iz } \Omega)}.$$

Klasični vjerojatnosni prostor još prepoznajemo po tome kad kažemo da nešto radimo nasumično ili na slučajan način. Te riječi ukazuju da je svaki ishod pojave jednako vjerojatan.

12. Kolika je vjerojatnost da je slučajno odabrani broj od 1 do 12 djelitelj broja 12?
13. Znamenke 1, 2, ..., 9 zapisane su u slučajnom poretku. Izračunaj vjerojatnost da se znamenka 2 pojavi neposredno nakon znamenke 1.
14. Bacamo dvije simetrične kocke. Kolika je vjerojatnost događaja:
- a) $A = \{\text{zbroj brojeva na kockama je 7 ili 11}\}$,
 - b) $B = \{\text{pala je barem jedna šestica}\}$,
 - c) $C = \{\text{produkt brojeva na kockama je neparan}\}$,
 - d) $D = \{\text{jedan broj na kocki dijeli drugi}\}$?
15. Simetrični novčić se baca 4 puta. Kolika je vjerojatnost događaja:
- a) $A = \{\text{pojavilo se točno jedno pismo}\}$,
 - b) $B = \{\text{u drugom bacanju pojavilo se pismo}\}$,
 - c) $C = \{\text{pojavilo se barem jedno pismo}\}$,
 - d) $D = \{\text{pismo se pojavilo barem dva puta}\}$?
16. 6 bijelih, 4 crne i 2 plave kuglice redaju se na sreću. Kolika je vjerojatnost da će prve dvije biti bijele?

17. U kutiji imamo 6 žutih i 4 modre kuglice. Ako slučajno izvučemo dvije kuglice, kolika je vjerojatnost sljedećih događaja:
- A – {obje kuglice su žute},
 - B – {kuglice su različitih boja},
 - C – {kuglice su iste boje}?
18. Iz snopa od 52 karte izvlače se dvije. Kolika je vjerojatnost da će među njima biti:
- Dvije pik karte,
 - Jedna pik i jedna herc karta,
 - Dva asa,
 - Najviše jedan as?
19. Kolika je vjerojatnost da se u igri LOTO 6 od 45 u jednoj kombinaciji postigne dobitak od 6, 5, 4 ili 3 pogotka?
20. U šest kutija na slučajan način se raspoređuju 4 kuglice. Kolika je vjerojatnost da će u prve četiri kutije biti točno po jedna kuglica?
21. Netko je zaboravio tri posljednje znamenke telefonskog broja i sjeća se samo da su sve tri različite, a posljednja paran broj. Kolika je vjerojatnost da će slučajnim izborom pogoditi pravi broj?

Geometrijska vjerojatnost

Ω – ograničen skup točaka na pravcu, u ravnini ili u prostoru

$m(\Omega)$ - mjera skupa Ω (može biti duljina, površina ili volumen od Ω)

Biramo točku na sreću unutar skupa Ω . Tada je vjerojatnost da ona bude izabrana unutar njegovog podskupa A jednaka

$$P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)}.$$

Gornju formulu možemo protumačiti na način da je vjerojatnost mjera povoljnog kroz mjera mogućeg dijela.

22. Na dužinu AB duljine 12 cm slučajno je bačena jedna točka T . Kolika je vjerojatnost da površina kvadrata sa stranicom AT bude sadržana između 36 cm^2 i 81 cm^2 ?
23. U pravokutnik sa stranicama duljine a i $2a$, slučajno je bačena jedna točka. Kolika je vjerojatnost da je točka pala:
- Na dijagonalu,
 - Bliže duljoj stranici pravokutnika?
24. Iz intervala $[0,1]$ slučajno su izabrana dva broja, x i y . Kolika je vjerojatnost da ti brojevi zadovoljavaju nejednakosti $x \geq \frac{1}{2}$ i $y \leq x$?
25. Iz intervala $[0,2]$ slučajno biramo dva broja, x i y . Kolika je vjerojatnost da oni zadovoljavaju nejednakost $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 \leq 0$?
26. Dva aviona slijeću na aerodrom u slučajnim trenucima između 19 i 20 sati. Kolika je vjerojatnost da će između slijetanja aviona proći barem 40 minuta?
27. Iz intervala $[0,1]$ slučajno su izabrana dva broja, b i c . Kolika je vjerojatnost da jednačina $x^2 + 2bx + c = 0$ ima realna rješenja?

Zadaci za vježbu

28. U kutiji imamo dvije kuglice, crnu i bijelu. Izvučemo jednu kuglicu i vratimo je natrag u kutiju, pa ponovno izvučemo kuglicu. Odredite prostor elementarnih događaja.
29. Iz kutije, u kojoj imamo dvije jednake bijele i jednu crnu kuglicu, izvlačimo dva puta za redom po jednu kuglicu ne vraćajući ih natrag u kutiju. Odredite prostor elementarnih događaja.
30. Pero, Jura i Đurđa bacaju redom novčić. Pobjednik je onaj kome prvo padne pismo. Odredite prostor elementarnih događaja i prikažite pomoću njih sljedeće događaje:
- a) A – {Đurđa je pobijedila},
 - b) B – {nitko nije pobijedio},
 - c) C – {Pero ili Jura su pobijedili}.
31. Novčić bacamo dok se dva puta zaredom ne pojaviti isti znak, a najviše pet puta. Odredite prostor elementarnih događaja i prikažite pomoću njih sljedeće događaje:
- a) A – {pokus je završen u trećem bacanju},
 - b) B – {pokus je završen u prva tri bacanja}.

32. Bacamo dvije kocke. Odredite elementarne događaje u događajima:
- a) $A - \{\text{oba broja su parna}\},$
 - b) $B - \{\text{oba broja su manja od } 3\},$
 - c) $C - \{\text{razlika brojeva iznosi } -2 \text{ ili } 2\},$
 - d) $A \cap B,$
 - e) $B \cap C,$
 - f) $\bar{A} \cap B.$
33. Tri strijelca, S_1, S_2, S_3 gađaju u jednu metu, svaki sa po jednim metkom. Neku su događaji $A_i - \{\text{metu je pogodio strijelac } S_i\}, i = 1,2,3.$
- a) Odredite prostor elementarnih događaja $\Omega.$
 - b) Pomoću A_i prikažite $A - \{\text{metu su pogodila točno dva strijelca}\}.$
 - c) Pomoću A_i prikažite $B - \{\text{metu su pogodila barem dva strijelca}\}.$
 - d) Pomoću A_i prikažite $C - \{\text{najmanje } 1 \text{ strijelac nije pogodio metu}\}.$
34. Neka su A, B i C neki događaji. Koristeći se operacijama s događajima, napišite izraze za sljedeće događaje:
- a) Ostvario se samo događaj $A,$
 - b) Ostvarili su se A i $B,$ ali ne i $C,$

- c) Ostvario se barem jedan događaj,
 d) Ostvario se točno jedan događaj.
35. Ako su A i B događaji, $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.7$, $P(A \setminus B) = 0.1$, izračunajte vjerojatnosti $P(A \cap B)$, $P(B \setminus A)$, $P(\bar{A} \cap \bar{B})$.
36. Neka za događaje A i B vrijedi $A \cup B = \Omega$. Ako je $P(A) = 0.8$, $P(B) = 0.4$, kolika je vjerojatnost $P(A \cap B)$?
37. Neka je $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i $p_i = P(\{i\})$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$ i p_5 tri puta veći od p_2 . Ako za skupove $A = \{2, 3, 5\}$, i $B = \{1, 3\}$ vrijedi $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cap B) = \frac{2}{9}$, $P(A \cup B) = 7/9$, odredite p_i , $i = 1, \dots, 5$.
38. Izračunajte vjerojatnosti događaja A i B iz zadatka 31. ako se baca novčić kod kojeg glava pada dva puta češće od pisma.
39. Kolika je vjerojatnost da ćemo slučajnim odabirom nekog prirodnog broja između 1 i 30 odabrati broj koji je djelitelj broja 30?
40. Dijete slaže na sreću jednu do druge kockice na kojima su ispisana slova $A, E, E, J, J, N, N, O, O, R, T, V$. Kolika je vjerojatnost da će, redajući ih na sreću, složiti riječ NEVJEROJATNO?

41. Kolika je vjerojatnost da se pri bacanju dviju simetričnih kocki pojavi:
- a) Zbroj 8,
 - b) Barem jedna četvorka,
 - c) Zbroj veći od 9,
 - d) Barem jedan broj djeljiv s 2 ili s 3?
42. Slučajni pokus se sastoji od bacanja simetrične kocke i simetričnog novčića. Odredite vjerojatnost sljedećih događaja:
- a) $A = \{\text{novčić pokazuje pismo, a kocka paran broj}\}$,
 - b) $B = \{\text{na kocki je prost broj}\}$,
 - c) $C = \{\text{novčić pokazuje pismo}\}$.
43. Ako se zna da je od 100 žarulja 5 neispravnih, kolika je vjerojatnost da će od tri slučajno odabrane žarulje sve tri biti ispravne?
44. U kutiji imamo 7 bijelih i 3 crne kuglice. Izvlačimo odjednom 2 kuglice. Koja je najnevjerojatnija kombinacija izvučenih boja?
45. Od 100 zlatnika dva su lažna. Kolika je vjerojatnost da će slučajnim izborom 98 zlatnika biti uzeta i dva lažna?

46. U prostoriji se nalazi šest bračnih parova. Ako odaberemo na sreću dvoje ljudi, kolika je vjerojatnost da su:
- Različitog spola,
 - Bračni par?
47. U kutiji imamo 5 crvenih i 4 bijele kuglice. Kolika je vjerojatnost da ćemo birajući na sreću 6 kuglica izvući 3 crvene i 3 bijele?
48. Odredite vjerojatnost da su znamenke nasumce odabranog peteroznamenkastog broja:
- Sve različite,
 - Sve parne,
 - Parne i različite.
49. Na dužinu AB duljine a slučajno je bačena jedna točka. Kolika je vjerojatnost da ta točka padne
- Bliže središtu nego točki A ,
 - Bliže središtu nego jednom od krajeva dužina?
50. U kvadrat s vrhovima $(0,0)$, $(2,0)$, $(2,2)$, $(0,2)$ slučajno je bačena točka $T(x,y)$. Kolika je vjerojatnost da koordinate te točke zadovoljavaju nejednakost $y < 2x$?

51. Iz intervala $[0,5]$ slučajno biramo dva broja, x i y . Kolika je vjerojatnost da oni zadovoljavaju nejednakost $x^2 + y^2 \leq 1$?
52. U elipsu $4x^2 + y^2 = 36$ slučajno je bačena jedna točka. Kolika je vjerojatnost da ta točka padne unutar elipse $4x^2 + y^2 = 4$?
53. U jednakokračnom trokutu osnovice a i visine a upisan je kvadrat. Kolika je vjerojatnost da na sreću odabrana točka u trokutu ne leži unutar tog kvadrata?

Rješenja

1.

- a) $A = \{2, 3, 5\}$
- b) $B = \{3, 6\}$
- c) $C = \{1, 2, 5\}$

2.

- a) $A = \{DDDD, DDDL, DDL D, DLDD, LDDD\}$
- b) $B = \{DLL, LL\}$

3.

- a) $A = \{GP, GG\}$, $B = \{PP, PG\}$
- b) $C = \{PG, GP, GG\}$, $D = \{PP, PG, GP\}$
- c) $B \cup D = \{PP, PG, GP\}$, $B \cap D = \{PP, PG\}$
- d) $A \cup B = \{GP, GG, PP, PG\}$, $A \cap B = \emptyset$
- e) $C \cup D = \{PG, GP, GG, PP\}$, $C \cap D = \{PG, GP\}$

4.

- a) $A = \{12, 14, 16, 21, 23, 25, 32, 34, 36, 41, 43, 46, 52, 54, 56, 61, 63, 65\}$
- b) $B = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 31, 41, 51, 61\}$
- c) $A = \{14, 23, 32, 41\}$

4.

d) $B \cap C = \{14, 41\}$

e) $A \cap B = \{12, 14, 16, 21, 41, 61\}$

f) $\bar{A} \cap B = \{11, 13, 15, 31, 51\}$

5.

a) $\Omega = \{(0,0), (0,1), (1,0), (1,1)\}$

b) $A = (A_1 \cup \bar{A}_2) \cup (\bar{A}_1 \cap A_2)$

c) $B = \bar{A}_1 \cap \bar{A}_2$

d) $C = \emptyset$

e) $D = \{\text{meta je pogodena barem jednom}\}$

6.

a) $A \cap B \cap C$

b) $(A \cap B \cap \bar{C}) \cup (A \cap \bar{B} \cap C) \cup (\bar{A} \cap B \cap C)$

c) $(A \cap B \cap \bar{C}) \cup (A \cap \bar{B} \cap C) \cup (\bar{A} \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap C)$

d) $\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$

7. $P(\bar{A}) = 0.4, P(\bar{B}) = 0.6, P(A \cap B) = 0.2, P(\bar{A} \cap B) = 0.2, P(A \cap \bar{B}) = 0.4$

8. $P(A) = 0.4, P(B) = 0.6, P(A \setminus B) = 0.2, P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0.8$

9.

a) Ne.

b) Ne.

c) Da.

10. $P(\{\omega_1\}) = 0.4, P(\{\omega_2\}) = 0.3, P(\{\omega_3\}) = 0.3$

11. $P(A) = \frac{48}{81}, P(B) = \frac{5}{27}$

12. $1/2$

13. $1/9$

14.

a) $P(A) = 2/9$

b) $P(B) = 11/36$

c) $P(C) = 1/4$

d) $P(D) = 11/18$

15.

a) $P(A) = 1/4$

b) $P(B) = 1/2$

c) $P(C) = 15/16$

d) $P(D) = 11/16$

16. $5/22$

17.

a) $P(A) = 1/3$

b) $P(B) = 8/15$

c) $P(C) = 7/15$

18.

a) $1/17$

b) $13/102$

c) $1/221$

d) $220/221$

19. $N = \binom{45}{6}$

Za dobitak od 6 je $M = 1$.

Za dobitak od 5 je $M = \binom{6}{5} \binom{39}{1}$.

Za dobitak od 4 je $M = \binom{6}{4} \binom{39}{2}$.

Za dobitak od 3 je $M = \binom{6}{3} \binom{39}{3}$.

20. $1/54$

21. $1/360$

22. $1/4$

23.

a) 0

b) $3/4$

24. $3/8$

25. $\pi/4$

26. $1/9$

27. $1/3$

Rješenja zadatka za vježbu

28. Ω - {cc,cb,bc,bb}

29. Ω - {cb,bc,bb}

30.

a) $A = \{GGP\}$

b) $B = \{GGG\}$

c) $C = \{PPP,PPG,PGP,PGG,GPP,GPG\}$

31.

a) $\{GPP,PGG\}$

b) $\{GG,PP,GPP,PGG\}$

32.

a) $A = \{22,24,26,42,44,46,62,64,66\}$

b) $B = \{11,12,21,22\}$

c) $C = \{13,24,35,46,31,42,53,64\}$

d) $A \cap B = \{22\}$

e) $B \cap C = \emptyset$

f) $\bar{A} \cap B = \{11, 12, 21\}$

33.

a) $\Omega - \{(0,0,0),(0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,0,1),(1,1,0),(0,1,1),(1,1,1)\}$

b) $A - (A_1 \cap A_2 \cap \overline{A_3}) \cup (A_1 \cap \overline{A_2} \cap A_3) \cup (\overline{A_1} \cap A_2 \cap A_3)$

c) $B - (A_1 \cap A_2 \cap \overline{A_3}) \cup (A_1 \cap \overline{A_2} \cap A_3) \cup (\overline{A_1} \cap A_2 \cap A_3)$
 $\cup (A_1 \cap A_2 \cap A_3)$

d) $C - (A_1 \cap A_2 \cap \overline{A_3}) \cup (A_1 \cap \overline{A_2} \cap A_3) \cup (\overline{A_1} \cap A_2 \cap A_3)$
 $\cup (\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap A_3) \cup (\overline{A_1} \cap A_2 \cap \overline{A_3}) \cup (A_1 \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3})$
 $\cup (\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3})$

34.

a) $A \cap \overline{B} \cap \overline{C}$

b) $A \cap B \cap \overline{C}$

c) $A \cup B \cup C$

d) $(A \cap \overline{B} \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap B \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap \overline{B} \cap C)$

35. $P(A \cap B) = 0.4, P(B \setminus A) = 0.3, P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0.2$

36. $P(A \cap B) = 0.2$

37. $p_1 = \frac{1}{9}, p_2 = \frac{1}{9}, p_3 = \frac{2}{9}, p_4 = \frac{2}{9}, p_5 = \frac{1}{3}$

38. $P(A) = \frac{2}{9}, P(B) = \frac{7}{9}$

39. $4/15$

40. $\frac{2^4}{12!}$

41.

a) $5/36$

b) $11/36$

c) $1/6$

d) $8/9$

42.

a) $1/4$

b) $1/2$

c) $1/2$

43. ≈ 0.85

44. Najnevjerovatniji ishod su 2 crne kuglice.

45. ≈ 0.96

46.

a) $6/11$

b) $1/11$

47. $10/21$

48.

a) $189/625$

b) $4/144$

c) $2/1875$

49.

a) $3/4$

b) $1/2$

50. $3/4$

51. $\pi/100$

52. $1/9$

53. $1/2$